1. Seja $f(x) = \left(\dfrac{1+4\ln x}{x^4}\right) - 3$. Admita que $f'(x) = \dfrac{-16\ln x}{x^5}$.

   (a) (0,5) Determinar os intervalos abertos nos quais f é estritamente crescente e nos quais é estritamente decrescente;

   (b) (1,0) Estude a concavidade de f e determine , caso existam, os pontos de inflexão;

   (c) (0,5) Determine, caso existam, as assíntotas de f;

   (d) (1,0) Esboce o gráfico de f.

Note que o domínio de f é $]0, +\infty[$.

(a) Para determinar os intervalos pedidos basta estudarmos o sinal de f'. Logo temos a seguinte tabela:

	$0 < x < 1$	$1 < x$
sinal de lnx	-	+
sinal de $\frac{-16}{x^5}$	-	-
sinal de f'	+	-
crescimento e decrescimento de f	$\nearrow$	$\searrow$

Da tabela acima temos que f é estritamente crescente em $]0, 1[$ e f é estritamente decrescente em $]1, +\infty[$.

(b) Calculando f'' temos

$$f''(x) = \frac{-16}{x^{10}}\left(\frac{x^5}{x} - 5x^4\ln x\right) = \frac{-16x^4(1-5\ln x)}{x^{10}} = \frac{-16(1-5\ln x)}{x^6}$$

Notemos que

$$1 - 5\ln x > 0 \iff \frac{1}{5} > \ln x \iff \mathrm{e}^{1/5} > \mathrm{e}^{\ln x} = x > 0\,;$$

$$1-5\ln x<0 \Longleftrightarrow \frac{1}{5}<\ln x \Longleftrightarrow \mathrm{e}^{1/5}<\mathrm{e}^{\ln x}=x\,;$$
$$1-5\ln x=0 \Longleftrightarrow \frac{1}{5}=\ln x \Longleftrightarrow \mathrm{e}^{1/5}=\mathrm{e}^{\ln x}=x\,.$$

Logo temos a seguinte tabela:

	$0<x<\mathrm{e}^{1/5}$	$\mathrm{e}^{1/5}<x$
sinal de $1-5\,lnx$	$+$	-
sinal de $\frac{-16}{x^6}$	-	-
sinal de $f\,'$	-	$+$
concavidade de f	$\cap$	$\cup$

Da tabela acima concluímos que f tem concavidade para baixo em $]0,\mathrm{e}^{1/5}[$ e f tem concavidade para cima em $]\mathrm{e}^{1/5},+\infty[$. Como houve mudança de concavidade antes e depois do ponto $\mathrm{e}^{1/5}$ e f é contínua neste ponto temos que $\mathrm{e}^{1/5}$ é ponto de inflexão de f.

(c) Para determinar as assíntotas de f notemos que:

$$\lim_{x\to 0^+}\Big(\frac{1}{x^4}(1+4\ln x)-3\Big)=-\infty\,,\text{ pois }\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x^4}=+\infty\ \text{ e }\lim_{x\to 0^+}(1+4\ln x)=-\infty\,.$$

Do cálculo acima temos que a reta $x=0$ é uma assíntota vertical.

A seguir calcularemos $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+4\ln x}{x^4}$.

Seja $l(x)=1+4\ln x$ e $j(x)=x^4$. Como $\lim\limits_{x\to+\infty} l(x)=+\infty$ e $\lim\limits_{x\to+\infty} j(x)=+\infty$, temos que para calcular $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{l(x)}{j(x)}$ estamos no caso $\dfrac{\infty}{\infty}$ e assim podemos usar as Regras de L'Hospital.

Notemos que

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{l'(x)}{j'(x)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{4}{x}}{4x^3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^4}=0\,.$$

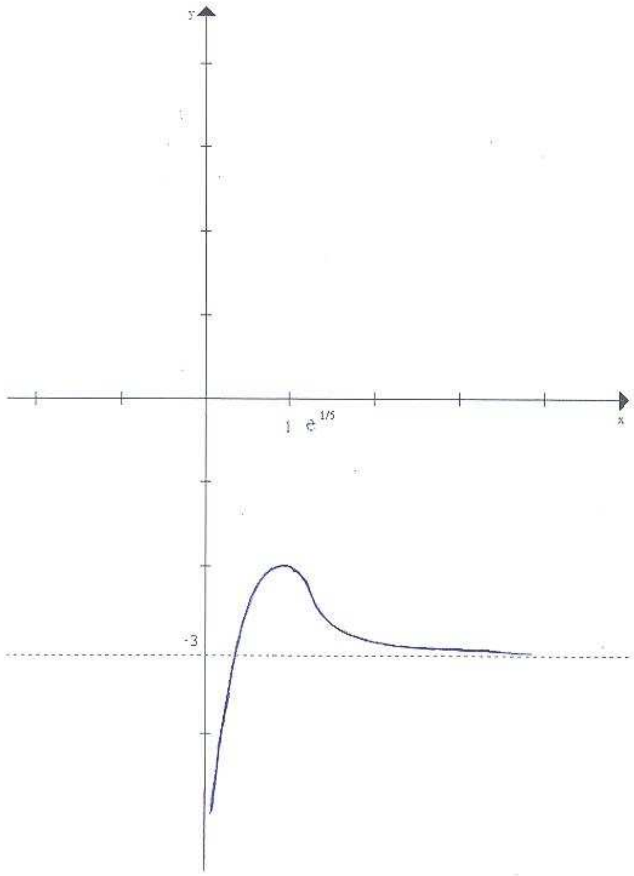
Portanto,

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1+4\ln x}{x^4}\overset{L'H}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{l'(x)}{j'(x)}=0\,,$$

e assim $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0-3=-3$.

Das contas acima concluímos que a reta $y=-3$ é uma assíntota horizontal.

(d) Note que $f(\mathrm{e}^{1/5}) = \dfrac{1 + 4\ln(\mathrm{e}^{1/5})}{\mathrm{e}^{4/5}} - 3 = \dfrac{9}{5\mathrm{e}^{4/5}} - 3 < 1 - 3 = -2$ e $f(1) = 1 - 3 = -2$. De todos os cálculos anteriores podemos afirmar que o gráfico de f tem o seguinte formato:



Questão 2

(a) (1,5) Prove que para todos $a, b \in]0, +\infty[$ com $0 < a < b$ tem-se:

$$\frac{\operatorname{arctg}(2b)}{\operatorname{arctg}(2a)} < \frac{b}{a}.$$

Resolução: Dados $0 < a < b$, primeiramente observe que como $b > 0$ e $\operatorname{arctg}(2a) > 0$ (já que $a > 0$), então a desigualdade

$$\frac{\operatorname{arctg}(2b)}{\operatorname{arctg}(2a)} < \frac{b}{a}$$

equivale à desigualdade

$$\frac{\operatorname{arctg}(2b)}{b} < \frac{\operatorname{arctg}(2a)}{a}.$$

Considere a função $f(x) = \frac{\operatorname{arctg}(2x)}{x}$ definida no intervalo $]0, +\infty[$ e provemos que f é estritamente decrescente em $]0, +\infty[$.

Temos que f é derivável em todos os pontos de seu domínio e

$$f'(x) = \left(\frac{2x}{1+4x^2} - \operatorname{arctg}(2x)\right) \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{2x - (1+4x^2)\operatorname{arctg}(2x)}{(1+4x^2)x^2}.$$

Como $x^2 > 0$ e $1 + 4x^2 > 0$ para todo $x \in]0, +\infty[$, o sinal de $f'(x)$ é igual ao sinal de $g(x) = 2x - (1+4x^2)\operatorname{arctg}(2x)$ para todo $x \in]0, +\infty[$. Note que g está definida em $\mathbb{R}$ e g é contínua e derivável em todos os pontos de seu domínio. Além disso, $g(0) = 0$ e

$$g'(x) = 2 - 8x \cdot \operatorname{arctg}(2x) - (1+4x^2) \cdot \frac{2}{1+4x^2} = -8x \cdot \operatorname{arctg}(2x).$$

Logo, $g'(x) < 0$ para todo $x \in]0, +\infty[$, donde concluímos que g é estritamente decrescente em $[0, +\infty[$. Portanto, g é estritamente negativa em $]0, +\infty[$ e, então, $f'(x) < 0$ para todo $x \in]0, +\infty[$. Segue que f é estritamente decrescente em $]0, +\infty[$, como queríamos.

(b) (1,0) Calcule, caso exista, $\lim_{x\to 0}(3x+\ \cos x)^{1/\text{sen}(35x)}$.

Resolução: Temos que

$$\lim_{x\to 0}(3x+\cos x)^{\frac{1}{\text{sen}35x}} = \lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\ln\left((3x+\cos x)^{\frac{1}{\text{sen}35x}}\right)} = \lim_{x\to 0} \mathrm{e}^{\frac{\ln(3x+\cos x)}{\text{sen}35x}}.$$

Mas

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(3x+\cos x)}{\text{sen}35x}$$

é uma indeterminação da forma $\frac{0}{0}$, já que

$$\lim_{x\to 0}\text{sen}35x = 0, \quad \lim_{x\to 0} 3x+\cos x = 1 \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0}\ln(3x+\cos x) = \ln(1) = 0,$$

onde a penúltima igualdade segue do fato que a função $\ln(x)$ é contínua.

Portanto, pela Regra de L'Hospital, temos que

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(3x+\cos x)}{\text{sen}35x} = \lim_{x\to 0}\frac{(3-\text{sen}x)}{(3x+\cos x)(35\cos 35x)} = \frac{3}{35}.$$

Logo,

$$\lim_{x\to 0}(3x+\cos x)^{\frac{1}{\text{sen}35x}} = \lim_{x\to 0}\mathrm{e}^{\frac{\ln(3x+\cos x)}{\text{sen}35x}} = \mathrm{e}^{\frac{3}{35}},$$

onde a última igualdade segue do fato que a função exponencial é contínua.

Questão 3 - A

Precisamos determinar a intersecção entre as funções $f(x) = \left(1+\frac{2}{x}\right)e^{\frac{2}{x}}$ $(x \neq 0)$ e $g(x) = k$. Inicialmente esbocemos o gráfico da f.

$$f'(x) = -\frac{2}{x^2}e^{\frac{2}{x}} - \frac{2}{x^2}\left(1+\frac{2}{x}\right)e^{\frac{2}{x}}$$

$$= -\frac{2}{x^2}e^{\frac{2}{x}}\left(2+\frac{2}{x}\right) = \frac{-4(x+1)\overbrace{e^{\frac{2}{x}}}^{>0}}{x^3}$$

		-1		0	
$-4(x+1)$	$+$		$-$		$-$
x^3	$-$		$-$	0	$+$
f'	$-$		$+$	0	$-$
	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

mínimo local

$f(-1) = -e^{-2}$

$$\lim_{x\to 0^+} \underbrace{\left(1+\frac{2}{x}\right)}_{\to +\infty} \underbrace{e^{\frac{2}{x}}}_{\to +\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} \underbrace{\left(1+\frac{2}{x}\right)}_{\to -\infty} \underbrace{e^{\frac{2}{x}}}_{\to 0} =$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{1+\frac{2}{x}}{e^{-\frac{2}{x}}} \qquad \begin{matrix} \to -\infty \\ \to +\infty \end{matrix}$$

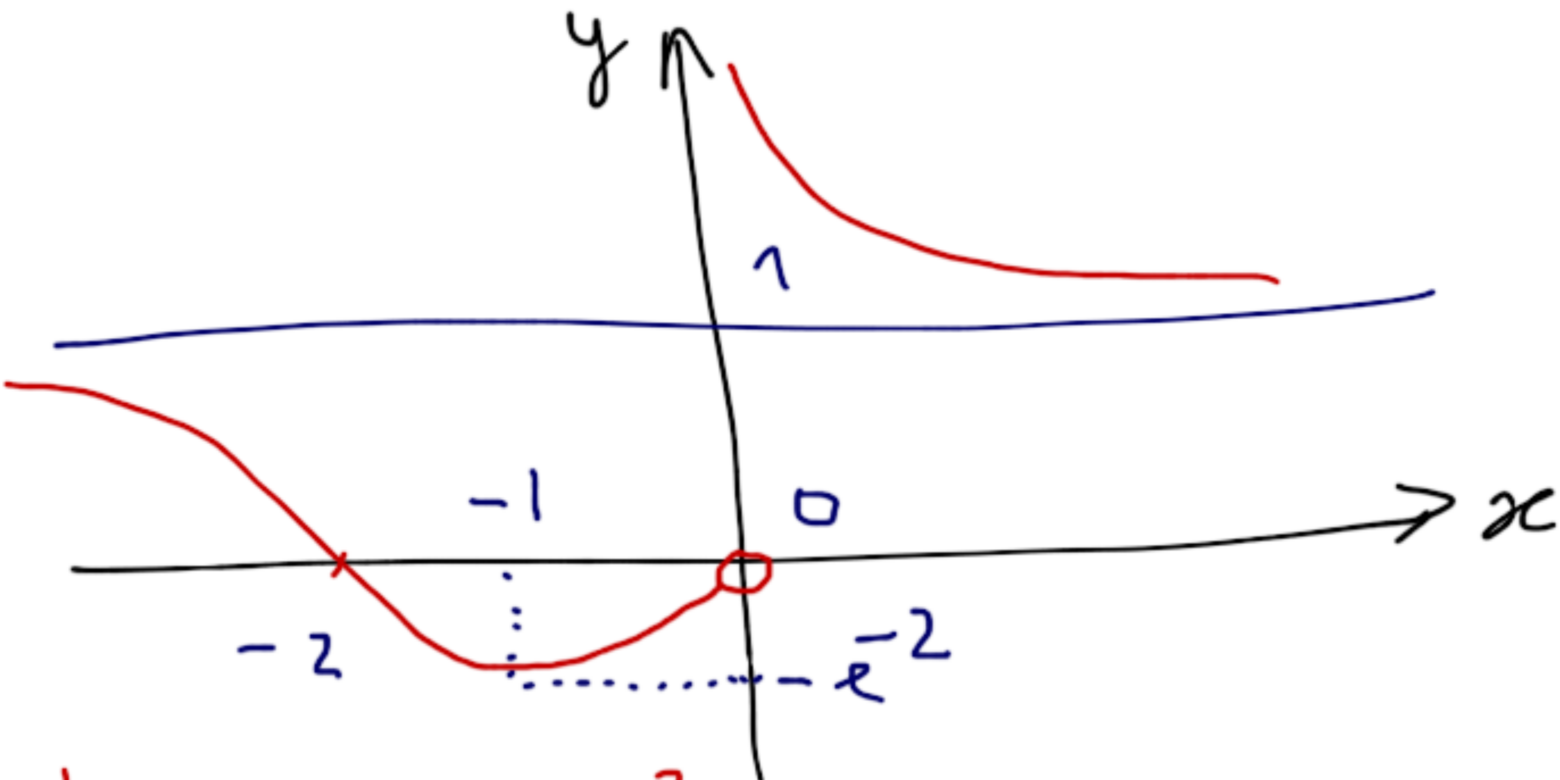
L'Hospital

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{-\frac{2}{x^2}}{\frac{2}{x^2}\, e^{-\frac{2}{x}}} =$$

$$= -\lim_{x\to 0^-} e^{\frac{2}{x}} = 0$$

$$\lim_{x\to +\infty} \left(1+\underbrace{\frac{2}{x}}_{\to 0}\right) \underbrace{e^{\frac{2}{x}}}_{\to 1} = 1$$

$$\lim_{x\to -\infty} \Big(1+\underbrace{\tfrac{2}{x}}_{\to\, 0}\Big)\, \underbrace{e^{\frac{2}{x}}}_{\to\, 1} = 1$$

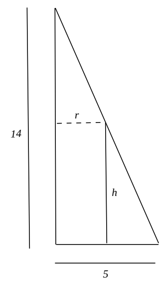


$k = 1$ ou $k < -e^{-2} \Longrightarrow$ zero soluções

$k = -e^{-2}$ ou $(k \geq 0$ e $k \neq 1) \Longrightarrow$ 1 solução

$-e^{-2} < k < 0 \Longrightarrow$ 2 soluções

4) (2,0) Considere um cone circular reto de altura 14 cm e raio 5 cm. Dentre os cilindros circulares retos que podem ser inscritos nesse cone (conforme figura abaixo), determine a altura h do cilindro que tem volume máximo.



Considerando os triângulos semelhantes na figura acima temos:

$$\frac{h}{14} = \frac{5-r}{5} \quad \text{ou seja,} \quad h = 14 - \frac{14}{5}r$$

O volume do cilindro é $V = \pi r^2 h$.

Escrevendo h em função de r, temos a função $V : [0,5] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por:

$$V(r) = \pi r^2 (14 - \frac{14}{5} r) = 14\pi (r^2 - \frac{r^3}{5}).$$

E sua derivada é dada por: $V'(r) = 14\pi r(2 - \frac{3r}{5})$.

Temos que $V'(r) = 0 \Leftrightarrow r = 0$ ou $r = \frac{10}{3}$. (obs.: se $r = 0$ então $V = 0$)

Fazendo o estudo do sinal de V' temos:

$$\begin{array}{cccccc}
 & \nearrow & & \searrow & & V \\ \hline
| & + & | & - & | & V' \\ \hline
0 & & \frac{10}{3} & & 5 &
\end{array}$$

Portanto, $r = \frac{10}{3}$ é o ponto de máximo de V então, para que o volume seja máximo, temos que ter $h = \frac{14}{3} cm$.

1. Seja $f(x) = \left(\dfrac{1 + 8\ln x}{x^8}\right) + 2$. Admita que Admita que $f\,'(x) = \dfrac{-64\ln x}{x^9}$.

   (a) (0,5) Determinar os intervalos abertos nos quais f é estritamente crescente e nos quais é estritamente decrescente;

   (b) (1,0) Estude a concavidade de f e determine , caso existam, os pontos de inflexão;

   (c) (0,5) Determine, caso existam, as assíntotas de f;

   (d) (1,0) Esboce o gráfico de f.

Note que o domínio de f é $]0, +\infty[$.

(a) Para determinar os intervalos pedidos basta estudarmos o sinal de $f\,'$. Logo temos a seguinte tabela:

	$0 < x < 1$	$1 < x$
sinal de lnx	-	+
sinal de $\frac{-64}{x^9}$	-	-
sinal de $f\,'$	+	-
crescimento e decrescimento de f	$\nearrow$	$\searrow$

Da tabela acima temos que f é estritamente crescente em $]0, 1[$ e f é estritamente decrescente em $]1, +\infty[$.

(b) Calculando $f\,''$ temos

$$f\,''(x) = \frac{-64}{x^{18}}\left(\frac{x^9}{x} - 9x^8\ln x\right) = \frac{-64x^8(1 - 9\ln x)}{x^{18}} = \frac{-64(1 - 9\ln x)}{x^{10}}$$

Notemos que

$$1 - 9\ln x > 0 \iff \frac{1}{9} > \ln x \iff \mathrm{e}^{1/9} > \mathrm{e}^{\ln x} = x > 0\,;$$

$$1-9\ln x<0 \iff \frac{1}{9}<\ln x \iff \mathrm{e}^{1/9}<\mathrm{e}^{\ln x}=x\,;$$
$$1-9\ln x=0 \iff \frac{1}{9}=\ln x \iff \mathrm{e}^{1/9}=\mathrm{e}^{\ln x}=x\,.$$

Logo temos a seguinte tabela:

	$0<x<\mathrm{e}^{1/9}$	$\mathrm{e}^{1/9}<x$
sinal de $1-9\,lnx$	$+$	-
sinal de $\frac{-64}{x^{10}}$	-	-
sinal de $f\,'$	-	$+$
concavidade de f	$\cap$	$\cup$

Da tabela acima concluímos que f tem concavidade para baixo em $]0,\mathrm{e}^{1/9}[$ e f tem concavidade para cima em $]\mathrm{e}^{1/9},+\infty[$. Como houve mudança de concavidade antes e depois do ponto $\mathrm{e}^{1/9}$ e f é contínua neste ponto temos que $\mathrm{e}^{1/9}$ é ponto de inflexão de f.

(c) Para determinar as assíntotas de f notemos que:

$$\lim_{x\to 0^+}\Big(\frac{1}{x^8}(1+8\ln x)+2\Big)=-\infty\,,\text{ pois }\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x^8}=+\infty\ \text{ e }\lim_{x\to 0^+}(1+8\ln x)=-\infty\,.$$

Do cálculo acima temos que a reta $x=0$ é uma assíntota vertical.

A seguir calcularemos $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{1+8\ln x}{x^8}$.

Seja $l(x)=1+8\ln x$ e $j(x)=x^8$. Como $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} l(x)=+\infty$ e $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} j(x)=+\infty$, temos que para calcular $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{l(x)}{j(x)}$ estamos no caso $\dfrac{\infty}{\infty}$ e assim podemos usar as Regras de L'Hospital.

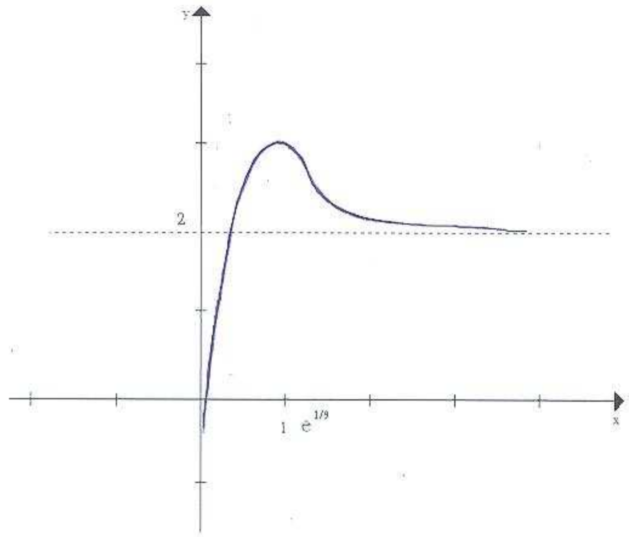
Notemos que
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{l'(x)}{j'(x)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{8}{x}}{8x^7}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^8}=0\,.$$

Portanto,
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1+8\ln x}{x^8}\overset{L'H}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{l'(x)}{j'(x)}=0\,,$$

e assim $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)=0+2=2.$

Das contas acima concluímos que a reta $y=2$ é uma assíntota horizontal.

(d) Note que $f(\mathrm{e}^{1/9}) = \dfrac{1+8\ln(\mathrm{e}^{1/9})}{\mathrm{e}^{8/9}} + 2 = \dfrac{17}{9\mathrm{e}^{8/9}} + 2 < 1 + 2 = 3$ e $f(1) = 1 + 2 = 3$. De todos os cálculos anteriores podemos afirmar que o gráfico de f tem o seguinte formato:



Questão 2

(a) (1,5) Prove que para todos $a, b \in]0, +\infty[$ com $0 < a < b$ tem-se:

$$\frac{\operatorname{arctg}(3b)}{\operatorname{arctg}(3a)} < \frac{b}{a}$$

Resolução: Dados $0 < a < b$, primeiramente observe que como $b > 0$ e $\operatorname{arctg}(3a) > 0$ (já que $a > 0$), então a desigualdade

$$\frac{\operatorname{arctg}(3b)}{\operatorname{arctg}(3a)} < \frac{b}{a}$$

equivale à desigualdade

$$\frac{\operatorname{arctg}(3b)}{b} < \frac{\operatorname{arctg}(3a)}{a}.$$

Considere a função $f(x) = \frac{\operatorname{arctg}(3x)}{x}$ definida no intervalo $]0, +\infty[$ e provemos que f é estritamente decrescente em $]0, +\infty[$.

Temos que f é derivável em todos os pontos de seu domínio e

$$f'(x) = \left(\frac{3x}{1+9x^2} - \operatorname{arctg}(3x)\right) \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{3x - (1+9x^2)\operatorname{arctg}(3x)}{(1+9x^2)x^2}.$$

Como $x^2 > 0$ e $1 + 9x^2 > 0$ para todo $x \in]0, +\infty[$, o sinal de $f'(x)$ é igual ao sinal de $g(x) = 3x - (1+9x^2)\operatorname{arctg}(3x)$ para todo $x \in]0, +\infty[$. Note que g está definida em $\mathbb{R}$ e g é contínua e derivável em todos os pontos de seu domínio. Além disso, $g(0) = 0$ e

$$g'(x) = 3 - 18x \cdot \operatorname{arctg}(3x) - (1+9x^2) \cdot \frac{3}{1+9x^2} = -18x \cdot \operatorname{arctg}(3x).$$

Logo, $g'(x) < 0$ para todo $x \in]0, +\infty[$, donde concluímos que g é estritamente decrescente em $[0, +\infty[$. Portanto, g é estritamente negativa em $]0, +\infty[$ e, então, $f'(x) < 0$ para todo $x \in]0, +\infty[$. Segue que f é estritamente decrescente em $]0, +\infty[$, como queríamos.

(b) (1,0) Calcule, caso exista, $\lim_{x\to 0}(2x+\ \cos x)^{1/\mathrm{sen}(45x)}$.

Resolução: Temos que

$$\lim_{x\to 0}(2x+\cos x)^{\frac{1}{\mathrm{sen}45x}} = \lim_{x\to 0} e^{\ln\left((2x+\cos x)^{\frac{1}{\mathrm{sen}45x}}\right)} = \lim_{x\to 0} e^{\frac{\ln(2x+\cos x)}{\mathrm{sen}45x}}.$$

Mas

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(2x+\cos x)}{\mathrm{sen}45x}$$

é uma indeterminação da forma $\frac{0}{0}$, já que

$$\lim_{x\to 0}\mathrm{sen}45x = 0, \quad \lim_{x\to 0} 2x+\cos x = 1 \quad \text{e} \quad \lim_{x\to 0}\ln(2x+\cos x) = \ln(1) = 0,$$

onde a penúltima igualdade segue do fato que a função $\ln(x)$ é contínua.

Portanto, pela Regra de L'Hospital, temos que

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(2x+\cos x)}{\mathrm{sen}45x} = \lim_{x\to 0}\frac{(2-\mathrm{sen}x)}{(2x+\cos x)(45\cos 45x)} = \frac{2}{45}.$$

Logo,

$$\lim_{x\to 0}(2x+\cos x)^{\frac{1}{\mathrm{sen}45x}} = \lim_{x\to 0} e^{\frac{\ln(2x+\cos x)}{\mathrm{sen}45x}} = e^{\frac{2}{45}},$$

onde a última igualdade segue do fato que a função exponencial é contínua.

Questão 3 - B

Precisamos determinar a intersecção entre as funções $f(x) = \left(1 + \frac{3}{x}\right)e^{\frac{3}{x}}$ $(k \neq 0)$ e $g(x) = k$. Inicialmente esbocemos o gráfico da f.

$$f'(x) = -\frac{3}{x^2}e^{\frac{3}{x}} - \frac{3}{x^2}\left(1 + \frac{3}{x}\right)e^{\frac{3}{x}}$$

$$= -\frac{3}{x^2}e^{\frac{3}{x}}\left(2 + \frac{3}{x}\right) = \frac{-3(2x+3)\overbrace{e^{\frac{3}{x}}}^{>0}}{x^3}$$

	$-\frac{3}{2}$		0	
$-3(2x+3)$	$+$	$-$		$-$
x^3	$-$	$-$	0	$+$
f'	$-$	$+$	0	$-$
	$\searrow$	$\nearrow$		$\searrow$

mínimo local

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = -e^{-2}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \Big(1+\underbrace{\frac{3}{x}}_{\to +\infty}\Big)\underbrace{e^{\frac{3}{x}}}_{\to +\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} \Big(1+\underbrace{\frac{3}{x}}_{\to -\infty}\Big)\underbrace{e^{\frac{3}{x}}}_{\to 0} =$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{\overbrace{1+\frac{3}{x}}^{\to -\infty}}{\underbrace{e^{-\frac{3}{x}}}_{\to +\infty}}$$

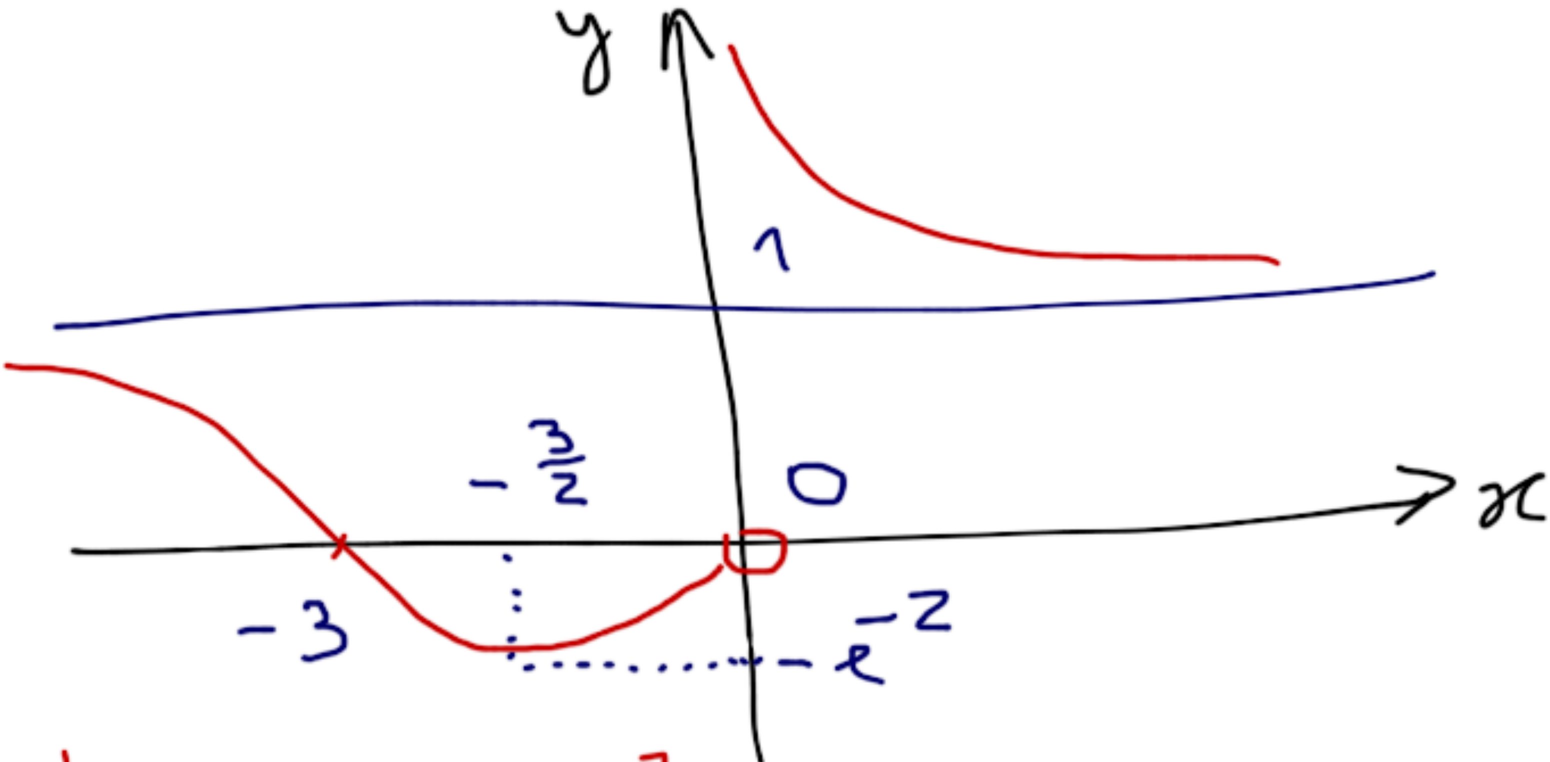
L'Hospital

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{-\frac{3}{x^2}}{\frac{3}{x^2}e^{-\frac{3}{x}}} =$$

$$= -\lim_{x\to 0^-} e^{\frac{3}{x}} = 0$$

$$\lim_{x\to +\infty} \Big(1+\overbrace{\frac{3}{x}}^{\to 0}\Big)\overbrace{e^{\frac{3}{x}}}^{\to 1} = 1$$

$$\lim_{x \to -\infty} \left(1 + \underbrace{\frac{3}{x}}_{\to 0}\right) \underbrace{e^{\frac{3}{x}}}_{\to 1} = 1$$

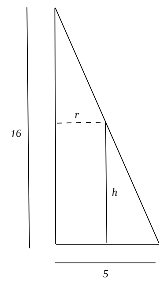


$k = 1$ ou $k < -e^{-2} \Longrightarrow$ zero soluções

$k = -e^{-2}$ ou $(k \geq 0$ e $k \neq 1) \Longrightarrow$ 1 solução

$-e^{-2} < k < 0 \Longrightarrow$ 2 soluções

4) (2,0) Considere um cone circular reto de altura 16 cm e raio 5 cm. Dentre os cilindros circulares retos que podem ser inscritos nesse cone (conforme figura abaixo), determine a altura h do cilindro que tem volume máximo.



Considerando os triângulos semelhantes na figura acima temos:

$$\frac{h}{16} = \frac{5-r}{5} \quad \text{ou seja,} \quad h = 16 - \frac{16}{5}r$$

O volume do cilindro é $V = \pi r^2 h$.

Escrevendo h em função de r, temos a função $V : [0,5] \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por:

$$V(r) = \pi r^2 (16 - \frac{16}{5}r) = 16\pi(r^2 - \frac{r^3}{5}).$$

E sua derivada é dada por: $V'(r) = 16\pi r(2 - \frac{3r}{5})$.

Temos que $V'(r) = 0 \Leftrightarrow r = 0$ ou $r = \frac{10}{3}$. (obs.: se $r = 0$ então $V = 0$)

Fazendo o estudo do sinal de V' temos:

$$\begin{array}{cccccc} & \nearrow & & \searrow & & V \\ \hline | & + & | & - & | & V' \\ \hline 0 & & \frac{10}{3} & & 5 & \end{array}$$

Portanto, $r = \frac{10}{3}$ é o ponto de máximo de V então, para que o volume seja máximo, temos que ter $h = \frac{16}{3} cm$.