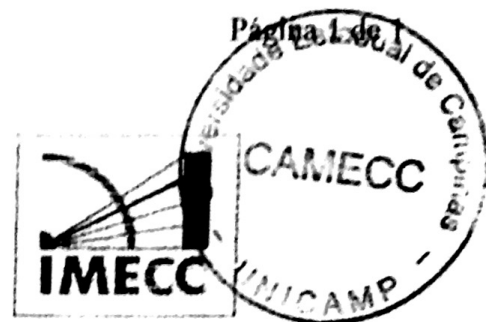


Prof: Márcio Rosa
1º Semestre 2005

P3



Prova P3 de ma141c ps 2005



(1) Considere a reta r dada pelo par de equações

$$3x + 4y + z = 1 \text{ e } x - y = 4,$$

(a) (1,0 ponto) encontre as equações simétricas da reta s , paralela a r , que passa pelo ponto $(2,2,2)$,

(b) (1,5 pontos) encontre a equação do plano π formado pelos pontos equidistantes às duas retas (dizemos que P é equidistante às retas r e s quando a distância de P a r coincide com a distância de P a s).

(2) A parábola cuja equação é $x^2=y$, presa no plano xy onde $z=0$, foi girada no espaço em torno do eixo x , qual é a equação da superfície de revolução obtida (1,0 ponto)? Faça um esboço da superfície obtida (1,0 ponto).

(3) (1,0 ponto) Faça um esboço da superfície obtida pela translação, paralela ao eixo z , da curva que no plano xy é descrita pelas equações paramétricas

$$x = t \cos(t),$$

$$y = t \sin(t),$$

com o parâmetro t variando de 0 até 6π .

(4) Defina autovalor e autovetor de uma transformação linear (0,5 pontos), mostre que uma transformação linear simétrica e não proporcional à identidade tem dois autovalores distintos (1,0 ponto).

(5) Considere a equação

$$4x^2 + y^2 + 4xy + 5\sqrt{5}x + 10\sqrt{5}y + 5 = 0 \quad (1),$$

(a) (0,5 pontos) reescreva a parte quadrática da expressão acima da forma

$$q(v) = v \cdot Tv,$$

$$q = 4x^2 + y^2 + 4xy$$

onde $v = xi + yj$ e T é uma transformação linear simétrica que você deve definir,

$$q = 4x^2 + 2xy + y^2 + 2xy$$

$$q = 2x(2x + y) + y(y + 2x)$$

(b) encontre os autovalores λ_1 e λ_2 da transformação linear T e os autovetores correspondentes (0,5 pontos), defina um sistema de eixos zw para os quais os versores diretores dos eixos são autovetores de T , defina também as regras de troca entre este sistema e o sistema xy (0,5 pontos),

(c) efetue agora uma translação do sistema de eixos zw , obtendo o sistema $z'w'$ onde a cônica descrita pela equação (1) está bem centrada (0,5 pontos), faça um esboço mostrando os sistemas de eixos xy , zw , $z'w'$ e o conjunto solução da equação (1) (1,0 ponto).

Boa sorte. Márcio.

$$S = -4 \quad \downarrow \quad -3$$
$$P = 3$$