Nota:

MA 141 Geometria Analítica e Vetores

Primeiro Semestre de 2012

Terceira Prova

21 de Junho de 2012

Nome: **RA:**

Questões	*Pontos*
Questão 1	
Questão 2	
Questão 3	
Questão 4	
T o t a l	

Boa Prova !

Questão 1. **(3.0 Pontos)**

(a) Considere o $I\!R^3$ com o sistema de coordenadas $\Sigma = \{O\,,\,\vec{e}_1\,,\,\vec{e}_2\,,\,\vec{e}_3\}$, e os vetores

$$\vec{u} = (x_1\,,\,y_1\,,\,z_1) \quad , \quad \vec{v} = (x_2\,,\,y_2\,,\,z_2) \quad , \quad \vec{w} = (x_3\,,\,y_3\,,\,z_3)\,,$$

onde $O = (0,0,0)$ e $\{\vec{e}_1\,,\,\vec{e}_2\,,\,\vec{e}_3\}$ é a base canônica de $I\!R^3$. Mostre que

$$\langle\,\vec{u}\times\vec{v}\,,\,\vec{w}\,\rangle = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

que é o produto misto dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$.

(b) Considere as retas r e s, o vetor $\vec{u} \neq \vec{0}$ paralelo a r, o vetor $\vec{v} \neq \vec{0}$ paralelo a s, e os pontos $P \in r$ e $Q \in s$. Mostre que as retas r e s são coplanares se, e somente se, $\langle\,\vec{u}\times\vec{v}\,,\,\overrightarrow{PQ}\,\rangle = 0$.

Questão 2. **(3.0 Pontos)**

Considere as retas r e s dadas pelas equações vetoriais

$$r: \quad X = (1,1,2) + \lambda(0,1,3) \quad , \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$s: \quad X = (0,1,1) + \alpha(1,1,1) \quad , \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

(a) Determine o volume de um paralelepípedo definido pelos vetores

$$\vec{u} = (-1,0,1) \quad , \quad \vec{v} = (0,1,3) \quad , \quad \vec{w} = (1,1,1) \; .$$

(b) Determine a distância entre as retas r e s.

Questão 3. **(3.0 Pontos)**

Considere os sistemas de coordenadas $\Sigma_1 = \{ O \, , \vec{e}_1 \, , \vec{e}_2 \, , \vec{e}_3 \}$ e $\Sigma_2 = \{ O' \, , \vec{w}_1 \, , \vec{w}_2 \, , \vec{w}_3 \}$ de $I\!R^3$, onde

$$\vec{e}_1 \;=\; (1,0,0) \quad , \quad \vec{e}_2 \;=\; (0,1,0) \quad , \quad \vec{e}_3 \;=\; (0,0,1)$$

$$\vec{w}_1 \;=\; (1,1,0) \quad , \quad \vec{w}_2 \;=\; (0,1,1) \quad , \quad \vec{w}_3 \;=\; (1,0,1)$$

a origem do sistema Σ_1 é $O = (0,0,0)$ e a origem do sistema Σ_2 é $O' = (1,2,-1)$.

(a) Determine as equações da mudança de coordenadas do sistema Σ_1 para o sistema Σ_2.

(b) Determine a equação geral do plano π no sistema de coordenadas Σ_2 cuja equação geral no sistema de coordenadas Σ_1 é dada por:

$$2x \;-\; y \;+\; 3z \;=\; 0 \, .$$

Questão 4. **(3.0 Pontos)**

Considere as bases ordenadas $\beta = \{\vec{u}_1\,,\,\vec{u}_2\,,\,\vec{u}_3\}$ e $\gamma = \{\vec{w}_1\,,\,\vec{w}_2\,,\,\vec{w}_3\}$ de $\mathbb{R}^3$, relacionadas da seguinte forma:

$$\begin{cases} \vec{w}_1 = \vec{u}_1 - \vec{u}_2 - \vec{u}_3 \\ \vec{w}_2 = 2\vec{u}_2 + 3\vec{u}_3 \\ \vec{w}_3 = 3\vec{u}_1 + \vec{u}_3 \end{cases}$$

(a) Determine as matrizes de mudança de base $[I]^{\beta}_{\gamma}$ e $[I]^{\gamma}_{\beta}$.

(b) Considere que o vetor $\vec{u} \in \mathbb{R}^3$ tem por matriz de coordenadas

$$[\vec{u}]_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} .$$

Determine a matriz de coordenadas do vetor $\vec{u}$ com relação à base ordenada γ.