
Nota:

MA 141 Geometria Analítica e Vetores

Primeiro Semestre de 2012

Segunda Prova

31 de Maio de 2012

Nome:

RA:

<i>Questões</i>	<i>Pontos</i>
Questão 1	
Questão 2	
Questão 3	
Questão 4	
Questão 5	
<i>T o t a l</i>	

Boa Prova !

Questão 1.**(2.0 Pontos)**

Sejam \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} vetores linearmente independentes em \mathbb{R}^3 . Dado um vetor \vec{r} em \mathbb{R}^3 , sabemos que existem constantes a , b e c tais que

$$\vec{r} = a\vec{u} + b\vec{v} + c\vec{w}.$$

Prove que os vetores $\vec{u} + \vec{r}$, $\vec{v} + \vec{r}$ e $\vec{w} + \vec{r}$ são linearmente independentes se, e somente se, $a + b + c + 1 \neq 0$.

Questão 2.**(2.0 Pontos)**

Escreva o vetor $\vec{w} = (1, 0, 3)$ como uma combinação linear de dois vetores \vec{u} e \vec{v} que satisfazem simultaneamente as seguintes condições:

- os vetores \vec{u} , $\vec{r} = (1, 1, 1)$ e $\vec{s} = (-1, 1, 2)$ são linearmente dependentes.
- o vetor \vec{v} é ortogonal aos vetores \vec{r} e \vec{s} .

Faça uma interpretação geométrica do problema descrito acima.

Questão 3.**(3.0 Pontos)**

Considere o plano π dada pela equação vetorial

$$\pi: X = (1, -1, 1) + \alpha(0, 1, 2) + \beta(1, -1, 0), \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R},$$

e o ponto $P = (2, 0, 1) \notin \pi$.

- Determine a equação vetorial da reta r que passa pelo ponto P que é perpendicular ao plano π .
- Determine o ponto $Q \in \pi$ que está mais próximo do ponto P .
- Determine o ponto P' que seja simétrico ao ponto P em relação ao plano π .

Questão 4.**(2.0 Pontos)**

Determine o valor do parâmetro a de modo que as retas r e s dadas pelas equações

$$r: X = (1, 0, 2) + \lambda(2, 1, 3), \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$s: X = (0, 1, -1) + \alpha(1, a, 2a), \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

sejam coplanares, e nesse caso faça o estudo da posição relativa das retas.

Questão 5.**(3.0 Pontos)**

Considere a reta r dada pela equação vetorial

$$r: X = (1, 1, 5) + \lambda(-3, 2, -2), \quad \lambda \in \mathbb{R},$$

e o plano π dado pela seguinte equação vetorial

$$\pi: X = (1, -1, 1) + \alpha(0, 1, 2) + \beta(1, -1, 0), \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

- Estude a posição relativa da reta r e do plano π .
- Sejam \vec{u} o vetor diretor da reta r e \vec{n} o vetor normal ao plano π . Determine uma base ortogonal para \mathbb{R}^3 contendo os vetores \vec{u} e \vec{n} .
- Determine a equação geral de um plano que é perpendicular ao plano π passando pelo ponto $P = (1, 1, 1)$.