Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas – ICEx
Departamento de Matemática

Geometria Analítica e Álgebra Linear

1º. Semestre de 2003 – 1ª Prova

27/05/03 – 13:00-14:40

Respostas sem justificativas não serão consideradas.

Questão 1: Considere a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontre todos os valores do escalar λ para os quais o sistema de equações $(A - \lambda I_3)X = \overline{0}$ tem solução não trivial. Nestes casos descreva o conjunto-solução.

Questão 2: Seja

$$A = \begin{bmatrix} (2-\lambda) & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -6 & -3 & (2-\lambda) \end{bmatrix}.$$

a) Encontre o valor do escalar λ para o qual a matriz A é não invertivel (=singular).
b) Substitua $\lambda = 1$ e calcule a inversa, se existir, da matriz A.

Questão 3: Seja

$$A = \begin{bmatrix} a-2 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -2 & -6 & -3 & 7 \\ 0 & -2 & 0 & a^2-1 \end{bmatrix}.$$

a) Determine todos os valores de a para que $\det A = 0$.
b) Escolha um destes valores, substitua em A e dê exemplos de matrizes 4×1 (colunas) não nulas B_1 e B_2 de modo que $AX = B_1$ tenha solução e $AX = B_2$ não tenha.

Questão 4: Verifique se cada uma das proposições sequintes é falsa ou verdadeira.

a) Se X_1, X_2 e X_3 são soluções do sistema $AX = B$ então $\frac{2}{5}X_1 + \frac{4}{5}X_2 - \frac{1}{5}X_3$ é também solução de $AX = B$.
b) Se A é uma matriz $n \times n$ tal que todos os elementos da diagonal principal de A são diferentes de 0, então A é invertível.

A resolução da prova será colocada no site oficial de GAAL: **http://www.mat.ufmg.br/gaal**