

CÁLCULO II - Exame Especial - 20/05/2002

Início : 10:00 - Término : 12:00

Questões:

1. Encontre o raio de convergência e o intervalo de convergência das séries:

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\ln k}{k} (x-3)^k$

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k(x-3)^k}{\sqrt{k+3}}$

2. Determine se as seguintes séries convergem ou divergem:

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k + \sin k}$

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{arccotg} k$

(c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^k}{k!}$

3. Considere a curva c_1 dada por $r = 2 + \cos 2\theta$ e a curva c_2 dada por $r = 2 + \sin \theta$.

(a) Esboce as curvas c_1 e c_2 .

(b) Encontre a área interior a c_1 e exterior a c_2 .

4. Suponha que $z = f(x, y)$ onde $x = r \cos \theta$ e $y = r \sin \theta$. Mostre que

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 z}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial z}{\partial r}.$$

5. Determine as direções em que a derivada direcional de $f(x, y) = e^x \sqrt{xy}$ no ponto $p = (1, 0)$ tem valor 1.

6. O plano $y + z = 3$ intercepta $x^2 + y^2 = 5$.

(a) Encontre a curva de interseção.

(b) Determine as equações da reta tangente a essa curva (do item (a)) no ponto $P = (1, 2, 1)$.

7. Determine os valores máximo e mínimo absolutos de $f(x, y, z) = x + y + z$ sujeita à condição $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$.