Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas – ICEx
Departamento de Matemática

EXAME ESPECIAL DE CÁLCULO II
26/07/2004

Questões:

1. **(a)** Faça um esboço da curva polar $r = 1 + \cos 2\theta$ para $0 \leq \theta \leq 2\pi$; **(b)** Calcule a área da região interna à circunferência $r = 3/2$ e externa à curva $r = 1 + \cos 2\theta$.

2. Seja $f(x) = x^3 \ln(1 + x^2)$. Sabe-se que $\sum_{j=0}^{\infty} x^j = \dfrac{1}{1-x}$ para $-1 < x < 1$.

(a) Obtenha a série de Maclaurin para $f(x)$ e indique o intervalo em que essa expansão é válida; **(b)** determine $f^{(15)}(0)$, a décima quinta derivada de f em $x = 0$.

3. Determine a equação do plano que contém o ponto $(1, 2, 2)$ e que determina com os planos coordenados, no primeiro octante, um tetraedro de volume máximo.

4. Considere a função $f(x, y) = xy + 2x - \ln(x^2 y)$.
(a) Determine o domínio de f; **(b)** Determine os pontos críticos de f e classifique-os por meio do teste da derivada segunda.

5. Seja $z = f(u, v)$, sendo que $u = xy$ e $v = \dfrac{y}{x}$, e f com derivadas parciais de segunda ordem contínuas. Mostre que

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -4uv \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} + 2v \frac{\partial z}{\partial v}.$$

FÓRMULAS:
VOLUME DO TETRAEDRO = 1/3 (área da base)(altura).