

**PRIMEIRA PROVA DE GEOMETRIA ANALÍTICA  
ENGENHARIA MECÂNICA (25/04/2005)**

DANIEL SMANIA

**Exercício 1.** (2pt) Seja  $E$  uma base ortonormal. Sejam  $\vec{u} = (3x, -4, y)_E$  e  $\vec{v} = (4, x + 2, 2y)_E$ . Para quais valores de  $x$  e  $y$  estes dois vetores são ortogonais e de mesma norma?

**Exercício 2.** (2pt) Sejam  $\vec{u} = \vec{AB}$  e  $\vec{v} = \vec{AC}$  vetores não nulos, de normas  $p$  e  $q$ , respectivamente. Prove que o vetor  $\vec{w} = q\vec{u} + p\vec{v}$  é paralelo à bissetriz de  $B\hat{A}C$ .

**Exercício 3.** (2pt) Sejam  $\vec{u}, \vec{v}$  e  $\vec{w}$  vetores de norma 2 tais que  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ ,  $\vec{v} \cdot \vec{w} = 2$  e  $\vec{u} \cdot \vec{w} = 1$ . Estes vetores formam uma tripla L.I ou L.D.?

**Exercício 4.** (2pt) Seja  $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  uma base ortonormal. Sejam

$$\vec{f}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$$

$$\vec{f}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$$

$$\vec{f}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$$

a. Verifique que  $F = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$  é uma base.

b. Ache as matrizes de mudança de base  $M_{EF}$  e  $M_{FE}$ .

**Exercício 5.** (2pt) Sejam  $\vec{v}$  e  $\vec{u}$  dois vetores quaisquer tais que  $\vec{v} \neq 0$ . Mostre que

$$\text{Proj}_{\vec{v}}(\text{Proj}_{\vec{v}}(\vec{u})) = \text{Proj}_{\vec{v}}(\vec{u}).$$

**Exercício 6.** (2pt) Sejam  $\vec{u}, \vec{v}$  vetores não nulos. Mostre que  $\text{Proj}_{\vec{u}}(\vec{w}) = \text{Proj}_{\vec{v}}(\vec{w})$  para **todo** vetor  $\vec{w}$  SE E SOMENTE SE  $\vec{u}$  é paralelo à  $\vec{v}$ .

URL: [www.icmc.usp.br/~smania/](http://www.icmc.usp.br/~smania/)